УДК: 519.6

МОДИФИКАЦИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Р.Ш. Марданов,
М.В. Марданов, А.Ю. Хасанова,
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Россия, г. Казань

Ключевые слова: *оптимизация, выпуск продукции, математические методы в экономике, экономико-математическое моделирование, транспортная задача, информационные технологии.*

В работе рассматривается применение математического моделирования для оптимизации производства продукции, основанного на модифицированной модели транспортной задачи. Приводится решение поставленной задачи средствами информационных технологий.

Математическое моделирование играет большую роль в решении различных экономических проблем, позволяя определить цели и типы их решения, обеспечивая структуру для целостного анализа. С помощь количественных моделей возможно более подробное изучение полученных данных, поэтому экономико-математическое моделирование является неотъемлемой частью любого исследования в области экономики. Ввиду сложности экономики для ее модельного описания используются различные подходы, одним из которых является линейное программирование. В работе рассматривается модификация модели транспортной задачи для оптимизации выпуска продукции с позиции получения максимальной прибыли.

Частью линейного программирования являются транспортные задачи, которые играют особую роль в уменьшении транспортных издержек предприятия. Это является актуальным вопросом в условиях рыночной экономики, когда любые затраты должны быть минимизированы, ведь тогда издержки покрываются меньшей частью прибыли, а также позволяют снизить себестоимость продукции на рынке, что делает предприятие более конкурентоспособным [1].

Транспортная задача – задача об оптимальном плане перевозок продукта из пункта наличия в пункт потребления. Их целью является доставка продукции в определенное время и место при минимальных совокупных затратах трудовых, материальных и финансовых ресурсов [8].

Цель транспортной задачи считается достигнутой, если нужный товар требуемого качества и в необходимом количестве доставляется в нужное время и в нужное место с минимальными затратами.

Выделяют два типа транспортных задач: по критерию стоимости – план перевозок является оптимальным, если достигается минимум затрат на его реализацию; по критерию времени – план перевозок оптимален, если на него затрачивается минимальное количество времени. Так же экономико-математическая модель транспортной задачи позволяет описывать множество ситуаций, весьма далеких от проблемы перевозок, в частности, находить оптимальное размещение заказов на производство изделий с разной себестоимостью [7].

Алгоритм и методы решения транспортной задачи могут быть использованы при решении некоторых экономических задач, не имеющих отношения к транспортировке грузов. В этом случае величины тарифов a_{ij} имеют различный смысл в зависимости от конкретной задачи [2].

1. Оптимальное закрепление за станками операций по обработке деталей. В них величина a_{ij} является производительностью. Задача позволяет определить, сколько времени и на какой операции нужно использовать каждый из станков, чтобы обработать максимальное количество деталей. Так как транспортная задача требует нахождения минимума, то значения a_{ij} берутся с отрицательным знаком [7].

2. Оптимальные назначения или проблема выбора. Имеется k механизмов, которые могут выполнять m различных работ с производительностью a_{ij}. Задача позволяет определить, какой механизм и на какую работу надо назначить, чтобы добиться максимальной производительности [4].

3. Задача о сокращении издержек производства с учетом суммарных расходов на изготовление и транспортировку продукции [3].

4. Увеличение производительности автомобильного транспорта за счет минимизации порожнего пробега, сокращение которого позволит уменьшить количество автомобилей для перевозок за счет увеличения их производительности.

5. Решение задач с помощью метода запрещения перевозок. Используется в том случае, если груз от некоторого поставщика по каким-то причинам не может быть направлен одному из потребителей. Данное ограничение можно учесть, присвоив соответствующей клетке достаточно большое значение стоимости.

В условиях конкуренции предприятия расширяют ассортимент продукции, регулярно обновляют сырьевую базу и технологии производства. Остро стает необходимость быстро оценить изменения в выпуске продукции, заложив в основу оптимизации сокращение издержек или получение максимальной прибыли. В подобных случаях обоснованно принять решение помогает математическое моделирование.

Приведем пример, когда получение оптимального выпуска продукции осуществляется с применением модификации транспортной задачи.

Постановка задачи: Предприятие выпускает из четырех видов сырья (пряжа) пять видов продукции (спортивные костюмы). Найдем оптимальную производственную программу, максимизирующую прибыль от реализации готовой продукции, по исходным данным, приведенным в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

Виды пряжи и ее запасы		Модели костюмов и расход пряжи на 1 изделие				
		B1	B2	B3	B4	B5
A1	1000	4	4	5	20	8
A2	1500	3	10	2.5	30	9
A3	2500	20	3	15	15	30
A4	500	10	5	13	7	3
Планируемый выпуск, шт.		220	100	140	150	90
Виды пряжи		Прибыль на 1 единицу продукции, у. е.				
		B1	B2	B3	B4	B5
A1		1	2	1	5	4
A2		9	5	1	10	6
A3		8	9	5	3	10
A4		20	2	17	7	1

Строим математическую модель задачи. Определим x_{ij} –количество спортивных костюмов вида B_j из пряжи A_i ($x_{ij} \geq 0$). За c_{ij} обозначим прибыль от единицы продукции вида B_j из пряжи A_i.

Функция прибыли будет иметь вид (1).

$$z = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} c_{ij}x_{ij} \quad \text{(max)}. \qquad (1)$$

Обозначим через a_{ij} нормы расхода сырья при изготовлении костюмов вида B_j из пряжи A_i. Через k_j – планируемый выпуск костюмов вида B_j, за s_i – количество сырья A_i. Получим ограничения по сырью (2) и по плану выпуска (3).

$$\sum_{j=1}^{5} a_{ij}x_{ij} \leq s_i,\ i = \overline{1,4}: \qquad (2)$$

$$4x_{11} + 4x_{12} + 5x_{13} + 20x_{14} + 8x_{15} \leq 1000,$$

$$3x_{21} + 10x_{22} + 2.5x_{23} + 30x_{24} + 9x_{25} \leq 1500,$$

$$20x_{31} + 3x_{32} + 15x_{33} + 15x_{34} + 30x_{35} \leq 2500,$$

$$10x_{41} + 5x_{42} + 13x_{43} + 7x_{44} + 3x_{45} \leq 500.$$

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = k_j\ ,\ \ j = \overline{1,5}: \qquad (3)$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 220,$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 100,$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 140,$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 150,$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 90.$$

Совместно с условием $x_{ij} \geq 0$ соотношения (1–3) определяют математическую модель задачи. Добавляем к ней условие целочисленности решения.

Как видим, построенная модель в математической интерпретации соответствует виду транспортной задачи с оптимизацией по максимуму целевой функции. Перейдем к решению построенной задачи.

В настоящее время разработано множество пакетов прикладных программ, позволяющих решать широкие классы задач математического программирования. Достаточно простой инструмент решения задач математического программирования предлагает табличный процессор MS. Используя поиск оптимального решения в Excel, получаем, что в данных условиях ожидается максимальная прибыль 4838 у.е., план выпуска имеет вид, представленный в Табл. 2.

Полученное решение позволяет определить остатки сырья, план выпуска по каждому виду изделия и получаемую прогнозируемую максимальную прибыль. Отметим, что применение Excel или аналогичных информационных технологий позволяет создать шаблон для данного производства и, при необходимости, позволит быстро получить результат при изменении конъюнктуры рынка, прибыли, запросов потребителей и прочим новым данным.

Таблица 2

Модель оптимального решения

Виды пряжи и ее остатки		Модели изделий				
		B1	B2	B3	B4	B5
A1	12	1	0	0	46	8
A2	0	219	0	42	0	82
A3	10	0	100	80	66	0
A4	0	0	0	18	38	0
Планируемый выпуск, шт.		220	100	140	150	90

Применение математических моделей позволяет обосновать и спрогнозировать развитие производства, оценить целесообразность включения в производство новой продукции или сырья, оценить прибыль или затраты.

Хочется отметить, что при подготовке будущих экономистов обязательно необходимо включать математические методы и их применение в экономике в содержание профессиональной подготовки [6], что позволит достичь большей профессиональной компетенции выпускников и их конкурентоспособности на рынке труда [5]. В Казанском федеральном университете такая работа долгие годы ведется силами кафедры экономико-математического моделирования Института управления, экономики и финансов.

Для современных социально-экономических систем характерны настолько разветвленные внешние и внутренние связи, определяющие их состояние и поведение, что эффективно управлять ими без использования современного математического аппарата, информационных технологий невозможно. Это подтверждают современные технологии управления бизнесом, применяемые транснациональными корпорациями.

Широкое использование компьютеров в математической обработке информации также требует использования новых подходов в преподавании математики для специалистов экономического профиля. Владение классическими математическими моделями, как показало наше исследование, позволяет расширить класс решаемых задач, а применение информационных технологий (Excel, MathCAD) позволяют быстро осуществить оптимизацию модели и их трансформацию.

Часто в тех или иных экономических процессах классические математические модели могут подвергаться модификации и давать интересные результаты в различных экономических исследованиях.

Литература

1. Pochet Y., Wolsey L.A. Production planning by mixed integer programming. In: T.V. Mikosh, S.I. Resnick, S.M. Robinson (Eds.) Springer Series in Operations Research & Financial Engineering. 2006.

2. Ehrgott M. Multicriteria Optimization. 2nd Edition. Berlin: Springer, 2005.

3. Eiselt H.A., Sandblom C.–L. Operations Research: A Model-Based Approach. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.

4. Kellerer H., Pferschy U., Pisinger D. Knapsack problems. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004.

5. M.V. Mardanov, J.V. Zhiglij. The Effect of Index Model Rating on the Representativeness of the Indicators of the Quality of the Student's Education. Mediterranean Journal of Social Sciences; Vol 6, № 3, 2015,pp.714-717. (Doi:10.5901/mjss.2015.v6n3p714)

6. Rustam Mardanov, Asiya Khasanova . Current Issues of Teaching Mathematics in Economic Faculties of Universities. Procedia – Social and Behavioral Sciences, Volume 152, 2014, pp.1062–1065.

7. Марданов М.В. Оптимизация выпуска продукции в условиях волатильности рынка: модифицированная модель транспортной задачи / М.В. Мар-

данов // Экономика и управление: проблемы, тенденции, перспективы развития: материалы II Междунар. науч.–практ. конф./ редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – С. 235–236.

8. Хуснутдинов Р.Ш. Экономико-математические методы и модели: учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. – М.: НИЦ Инфра-М, 2013. – 224 с.